Краткие сообщения ОИЯИ №2-84

УДК 530.1+535.371

СВЕРХИЗЛУЧЕНИЕ В КРИСТАЛЛЕ С УЧЕТОМ РАССЕЯНИЯ МАНДЕЛЬШТАМА-БРИЛЛЮЭНА

Е.К.Башкиров, Е.М.Сорокина, Фам Ле Киен, А.С.Шумовский

Получена точная иерархия кинетических уравнений для системы, описываемой моделью Томпсона[7]. Исследована интенсивность сверхизлучения в кристалле.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Superradiation in a Crystal Allowing for the Mandelstam-Brillouin Scattering

E.K.Bashkirov, E.M.Sorokina, Fam Le Kien, A.S.Shumovsky

An exact hierarchy of kinetic equations is obtained for a system described by the Tompson model[7]. The intensity of superradiation in a crystal is studied.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

В теории сверхизлучательных систем весьма плодотворным оказался подход к построению иерархии кинетических уравнений, основанный на методе исключения бозонных переменных[1-3]. С его помощью удалось получить ряд важных результатов в теории безрезонаторных лазеров, в частности, объяснить асимметрию пика интенсивности излучения[4].

Следует, однако, подчеркнуть, что результаты работ[1-4] были получены без учета особенностей структуры рабочих сред реальных сверхизлучательных систем. В случае кристаллических излучателей, например, необходимо учесть рассеяние Мандельштама-Бриллюэна, что представляет особый интерес в связи с недавними экспериментами по генерации сверхизлучения в примесных кристаллах - полярных диэлектриках типа KCl[5] и ароматических веществ[6].

В настоящей работе мы исследуем особенности процессов сверхизлучательной генерации в кристаллах, отправляясь от модели, предложенной Томпсоном[7] для учета механизмов рассеяния Мандельштама-Бриллюэна. В указанной модели вклад за счет рассеяния света на фононах определяется в первом порядке разложения плотности по относительным смещениям ионов [8].

Гамильтониан рассматриваемой системы имеет вид

$$H = H_M + H_{M-F} + H_F\,, \quad H_M = \sum_f \hbar\omega_0 R_f^z + \sum_q \hbar\Omega_q b_q^+ b_q\,,$$

$$H_{M-F} = \sum_{k,f} \frac{g_k}{\sqrt{N}} (a_k R_f^+ + a_k^+ R_f^-)\{1 + \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_q (K_q b_q + K_q^* b_q^+)\}\,,$$

$$H_F = \sum_k \hbar\omega_k a_k^+ a_k\,. \qquad /1/$$

Здесь индекс f нумерует излучатели, расположенные в узлах кристаллической решетки ($f = 1, ..., N$), ω_0 - частота двухуровневого перехода в излучателе, $R_f^\pm = (\sigma_f^x \pm i\sigma_f^y)/2$, $R_f^z = \sigma_f^z/2$ - операторы, описывающие f-излучатель в дипольном приближении, a_k^+, a_k - операторы фотонов моды $(\vec{k}, \lambda)$ с частотой ω_k и поляризацией $\vec{e}_\lambda$, b_q^+, b_q - операторы фононов моды $(\vec{q}, \nu)$ с частотой Ω_q и поляризацией $\vec{u}_\nu$. Параметр диполь-фотонной связи

$$g_k = \sqrt{\frac{2\pi\hbar}{v\omega_k}} \langle + | \vec{j}\,\vec{e}_\lambda | - \rangle\,,$$

где $\vec{j}$ - оператор плотности тока перехода между уровнями + и -, v - узельный объем, а параметр диполь-фононной связи имеет вид

$$K_q = \frac{\vec{k}\vec{u}_q}{\sqrt{2M\Omega_q/\hbar}}\,,$$

где M - масса иона. Подчеркнем, что в гамильтониане /1/ подразумевается суммирование как по акустическим, так и по оптическим ветвям фононного спектра.

Взаимодействие в /1/ квадратично по бозонным операторам. Поэтому для получения иерархии кинетических уравнений необходимо воспользоваться методом частичного исключения бозонных переменных, развитым в [9]. В результате довольно громоздких вычислений для среднего от произвольного оператора $\mathcal{O}$ М-подсистемы получаем следующую точную иерархию:

$$\mathop{\mathrm{sp}}_{(M)} \{ \mathcal{O}(M) \frac{\partial \rho_t(M)}{\partial t} + (i\hbar)^{-1} [H_M\,, \mathcal{O}(M)] \rho_t(M) \} =$$

$$
= N^{-1} \sum_k \frac{g_k^2}{\hbar^2} \int_{-\infty}^{t} d\tau \underset{(M,F)}{\mathrm{sp}} \exp\{-i\omega_k (t-\tau)\} \{N_k \sum_{ff'} R_f^-(\tau) \times
$$

$$
\times \{1 + \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_q (K_q b_q(\tau) + K_q^* b_q^+(\tau))\} [\mathcal{O}(M_t), R_{f'}^+(t) \times
$$

$$
\times \{1 + \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{q'} (K_{q'} b_{q'}(t) + K_{q'}^* b_{q'}^+(t))\}] + (1 + N_k) \sum_{ff'} [R_f^+(t) \times
$$

$$
\times \{1 + \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_q (K_q b_q(t) + K_q^* b_q^+(t))\}, \mathcal{O}(M_t)] \cdot R_{f'}^-(\tau) \times
$$

$$
\times \{1 + \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{q'} (K_{q'} b_{q'}(\tau) + K_{q'}^* b_{q'}^+(\tau))\}\} D_{t_0} + \qquad /2/
$$

$$
+ N^{-1} \sum_k \frac{g_k^2}{\hbar^2} \int_{-\infty}^{t} d\tau \underset{(M,F)}{\mathrm{sp}} \exp\{i\omega_k (t-\tau)\} \cdot \{N_k \sum_{ff'} [R_f^-(t) \times
$$

$$
\times \{1 + \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_q (K_q b_q(t) + K_q^* b_q^+(t))\}, \mathcal{O}(M_t)] R_{f'}^+(\tau) \times
$$

$$
\times \{1 + \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{q'} (K_{q'} b_{q'}(\tau) + K_{q'}^* b_{q'}^+(\tau))\} + (1 + N_k) \sum_{ff'} R_f^+(\tau) \times
$$

$$
\times \{1 + \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_q (K_q b_q(\tau) + K_q^* b_q^+(\tau))\} [\mathcal{O}(M_t), R_{f'}^-(t) \times
$$

$$
\times \{1 + \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{q'} (K_{q'} b_{q'}(t) + K_{q'}^* b_{q'}^+(t))\}]\} D_{t_0} ,
$$

где $N_k = \dfrac{\exp(-\hbar\omega_k/2\Theta)}{2\,\mathrm{sh}(\hbar\omega_k/2\Theta)}$ и Θ - начальная температура равновесного газа фотонов.

Чтобы избавиться от интегралов в правой части /2/, сделаем предположение о малости взаимодействия M-подсистемы с фотонным полем, в силу которого

$$
R_f^{\pm}(\tau) \approx R_f^{\pm}(t) \exp\{\mp i\omega_0 (t-\tau)\}, \quad b_q^{\pm}(\tau) \approx b_q^{\pm}(t) \exp\{\mp i\Omega_q (t-\tau)\}.
$$

Теперь уравнение /2/ преобразуется к виду

$$
\frac{d}{dt} \langle \mathcal{O}(M_t) \rangle + (i\hbar)^{-1} \langle [H_M(t), \mathcal{O}(M_t)] \rangle =
$$

$$
= 2\gamma_+ \sum_{ff'} \langle R_f^-(t) [\mathcal{O}(M_t), R_{f'}^+(t)] \rangle + 2\gamma_- \sum_{ff'} \langle [R_f^+(t), \mathcal{O}(M_t)] R_{f'}^-(t) \rangle +
$$

$$+\sum_{ff'qq'} \gamma_{+1}^{q} N^{-1} K_q K^*_{q'} < R^-_f(t)\, b_q(t) [\, \mathcal{O}(M_t), R^+_{f'}(t)\, b^+_{q'}(t)] > +$$

$$+\sum_{ff'qq'} \gamma_{+1}^{q'} N^{-1} K_q K^*_{q'} <[R^-_f(t)\, b_q(t),\ \mathcal{O}(M_t)]\, R^+_{f'}(t)\, b^+_{q'}(t) > +$$

$$+\sum_{ff'qq'} \gamma_{-1}^{q'} N^{-1} K_q K^*_{q'} <[R^+_f(t)\, b_q(t),\ \mathcal{O}(M_t)] R^-_{f'}(t)\, b_{q'}(t) > +$$

$$+\sum_{ff'qq'} \gamma_{-1}^{q} N^{-1} K_q K^*_{q'} <R^+_f(t)\, b_q(t) [\, \mathcal{O}(M_t), R^-_{f'}(t)\, b^+_{q'}(t)]> + \qquad /3/$$

$$+\sum_{ff'qq'} \gamma_{+2}^{q} N^{-1} K^*_q K_{q'} <R^-_f(t)\, b^+_q(t) [\, \mathcal{O}(M_t), R^+_{f'}(t)\, b_{q'}(t)]> +$$

$$+\sum_{ff'qq'} \gamma_{+2}^{q'} N^{-1} K^*_q K_{q'} <[R^-_f(t)\, b^+_q(t),\ \mathcal{O}(M_t)]\, R^+_{f'}(t)\, b_{q'}(t)> +$$

$$+\sum_{ff'qq'} \gamma_{-2}^{q'} N^{-1} K^*_q K_{q'} <[R^+_f(t)\, b^+_q(t),\ \mathcal{O}(M_t)]\, R^-_{f'}(t)\, b_{q'}(t)> +$$

$$+\sum_{ff'qq'} \gamma_{-2}^{q} N^{-1} K^*_q K_{q'} <R^+_f(t)\, b^+_q(t) [\, \mathcal{O}(M_t), R^-_{f'}(t)\, b_{q'}(t)]> .$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$\gamma_+ = \pi N^{-1} \sum_k \frac{N_k}{\hbar^2} g_k^2\, \delta(\omega_k - \omega_0),$$

$$\gamma_- = \pi N^{-1} \sum_k \frac{(1+N_k)}{\hbar^2} g_k^2\, \delta(\omega_k - \omega_0),$$

$$\gamma_{+1}^{q} = \pi N^{-1} \sum_k \frac{N_k}{\hbar^2} g_k^2\, \delta(\omega_k - \omega_0 - \Omega_q),$$

$$\gamma_{-1}^{q} = \pi N^{-1} \sum_k \frac{(1+N_k)}{\hbar^2} g_k^2\, \delta(\omega_k - \omega_0 - \Omega_q),$$

$$\gamma_{+2}^{q} = \pi N^{-1} \sum_k \frac{N_k}{\hbar^2} g_k^2\, \delta(\omega_k - \omega_0 + \Omega_q),$$

$$\gamma_{-2}^{q} = \pi N^{-1} \sum_k \frac{(1+N_k)}{\hbar^2} g_k^2\, \delta(\omega_k - \omega_0 + \Omega_q).$$

Отметим, что при выводе /3/ из /2/ мы пренебрегли быстро осциллирующими членами вида $R_f^{\pm}R_{f'}^{\pm}$, $b_q R_f^{+} R_{f'}^{-}$, $b_q^{+} R_f^{+} R_{f'}^{-}$, $b_q^{+} b_{q'}^{+}$, $b_q b_{q'}$. Полагая здесь $\mathcal{O} = R^z$, $R_f^{\pm} R_{f'}^{\mp}$, $b_q^{+} b_q$, получаем из /3/ замкнутую систему уравнений, описывающую динамические параметры M-подсистемы. В частности, на основе указанной системы можно определить временную зависимость интенсивности излучения

$$I(t) = \sum_k \hbar\omega_k \frac{d}{dt} \langle a_k^{+} a_k \rangle . \qquad /4/$$

Производя расцепление вида

$$\langle b_q^{+} b_{q'} R_f^{+} R_{f'}^{-} \rangle = \langle b_q^{+} b_q \rangle \langle R_f^{+} R_{f'}^{-} \rangle \delta_{qq'} ,$$

$$\langle b_q b_{q'}^{+} R_f^{+} R_{f'}^{-} \rangle = \langle b_q b_q^{+} \rangle \langle R_f^{+} R_{f'}^{-} \rangle \delta_{qq'}$$

и учитывая, что $\langle \sum_{f \neq f'} R_f^{+} R_{f'}^{-} \rangle = C - \langle \sum_f R_f^z \rangle^2$, где C - константа, определяемая начальными условиями, из /3/ получаем уравнение

$$\dot{X} = (\gamma_1 - \gamma_2)\frac{N}{2} - (\gamma_1 + \gamma_2) X + N^2(\gamma_1 - \gamma_2)(\frac{1}{4} - N^{-2}X) , \qquad /5/$$

где $X \equiv \sum_f \langle R_f^z \rangle$,

$$\gamma_1 = 2\gamma_+ + 2 \sum \gamma_{+1}^q |K_q|^2 \langle b_q b_q^{+} \rangle + \gamma_{+2}^q |K_q|^2 \langle b_q^{+} b_q \rangle ,$$

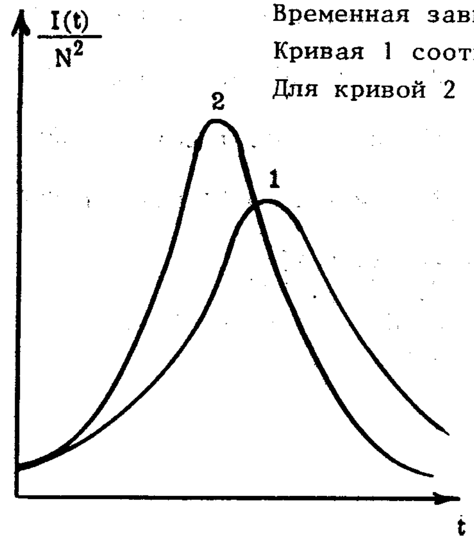
$$\gamma_2 = 2\gamma_- + 2 \sum \gamma_{-1}^q |K_q|^2 \langle b_q b_q^{+} \rangle + \gamma_{-2}^q |K_q|^2 \langle b_q^{+} b_q \rangle .$$

Мы предположили здесь, что начальное состояние было полностью деполяризованным, т.е. $C = 1/4$, и пренебрегли обратным влиянием фотонов на фононы. Отсюда для интенсивности /4/ находим

$$I(t) = \frac{X_1 - X_2}{4} \xi \, \mathrm{sech}^2 \frac{\xi}{2}(t - t_0) , \qquad /6/$$

где $\xi = [N^2(\gamma_2 - \gamma_1)^2 + 2N(\gamma_2 - \gamma_1)^2 + (\gamma_2 + \gamma_1)^2]^{1/2}$ и X_1, X_2- корни квадратного трехчлена по X, стоящего в правой части /5/. Из соотношения /6/ видно, что учет рассеяния света на фотонах ведет к ускорению процессов излучения за счет вклада переходов с участием фононов /см. также рисунок/. Заметим, что малое время задержки когерентного импульса характерно для кристаллических сред [5].

Соотношение /6/ описывает излучение на резонансной частоте ω_0. Аналогичный вид будут иметь выражения для интенсивности излучения на суммарной и разностной частотах.



Временная зависимость интенсивности /6/. Кривая 1 соответствует случаю с $K_q = 0$. Для кривой 2 $|K_q| \neq 0$.

Предполагая наличие лишь одной оптической моды с частотой Ω, нетрудно показать, что $I/(I_{\omega_0+\Omega} + I_{\omega_0-\Omega}) \leq 10^{-3}$ в области пика интенсивности /здесь I.... соответственно интенсивности на суммарной и разностной частотах/.

Таким образом, проведенный анализ влияния рассеяния Мандельштама-Бриллюэна на динамику сверхизлучения в кристалле показывает, что:

а/ наличие такого рассеяния приводит к ускорению процессов высвечивания когерентного излучения;

б/ излучение на суммарной и разностной частотах не ведет к заметному уменьшению интенсивности излучения на резонансной частоте.

В заключение подчеркнем, что полученная нами иерархия кинетических уравнений /2/ является точной, и на ее основе могут быть исследованы и другие особенности сверхизлучательной генерации в реальных кристаллах. Более детальное исследование иерархии /2/ предполагается провести в последующих работах.

Авторы признательны Н.Н.Боголюбову /мл./ за многочисленные плодотворные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Боголюбов Н.Н. /мл./, Фам Ле Киен, Шумовский А.С. ТМФ, 1982, 52, с. 423.
2. Боголюбов Н.Н. /мл./, Фам Ле Киен, Шумовский А.С. ТМФ, 1982, 53, с. 108.

3. Боголюбов Н.Н. /мл./, Фам Ле Киен, Шумовский А.С. ОИЯИ, Р17-83-648, Дубна, 1983.
4. Боголюбов Н.Н. /мл./, Фам Ле Киен, Шумовский А.С. ОИЯИ, Е17-84-9, Дубна, 1984.
5. Florian R., Schwan L.O., Schmid D. Sol.St.Comm., 1982, 42, p. 55.
6. Набойкин Ю.В., Самарцев В.В., Силаева Н.Б. Изв. АН СССР, сер.физ., 1983, 47, с. 1328.
7. Thompson B.V. J.Phys.C, 1970, 3, L147.
8. Thompson B.V. J.Phys.A, 1975, 8, p. 126.
9. Боголюбов Н.Н. /мл./, Фам Ле Киен, Шумовский А.С. ОИЯИ, Е17-84-306, Дубна, 1984.

Рукопись поступила 19 июля 1984 года.